

Berechnung von Salzkavernen mit Finite-Element-Verfahren

Hans-Werner Vollstedt

Institut für Statik
Technische Universität Braunschweig
D-3300, Braunschweig

ZUSAMMENFASSUNG

Vorgestellt wird ein Verfahren zur Berechnung zeitabhängiger Verformungen und Spannungsumlagerungen. Zur Erfassung des zeitabhängigen Stoffverhaltens werden aus rheologischen Modellkörpern abgeleitete Stoffgesetze verwendet. Das Gebirge in der Umgebung der Kaverne wird als homogen und isotrop angenommen.

Mit den dargestellten Ergebnissen sollen im wesentlichen Anwendungsmöglichkeiten aufgezeigt werden, die durch moderne numerische Rechenverfahren für die Planung von Hohlraumbauten gegeben sind.

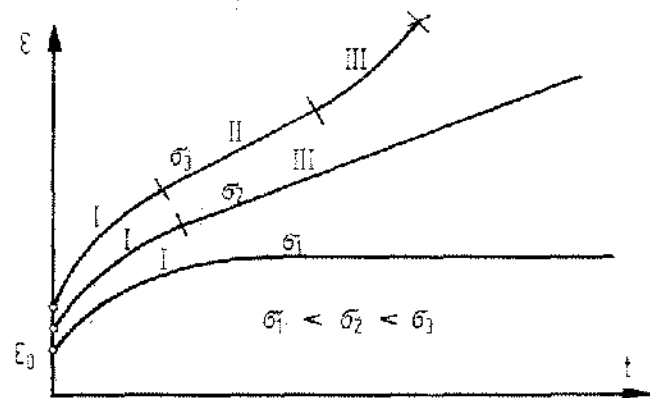
Die Übereinstimmung der Rechnung mit der Wirklichkeit hängt fast nur von den verwendeten Stoffgesetzen ab. Diese lassen sich beliebig erweitern, so daß z.B. auch Temperatureinflüsse und Inhomogenitäten im Gestein erfaßt werden können.

In Norddeutschland werden zur Speicherung von Primärenergieträgern und anderen Stoffen vermehrt große Kavernen in Salzstöcken angelegt. Dabei treten in statischer Hinsicht folgende Probleme auf: 1) Ist die Standsicherheit des Hohlraums über einen langen Zeitraum gewährleistet? 2) Stellt sich nach einiger Zeit ein neuer Gleichgewichtszustand ein oder fließt das Gebirge ohne zeitliche Begrenzung? 3) Welche Kavernenform erzeugt im umgebenden Gebirge den günstigsten Kräftefluß, und wie weit wirkt sich die Störung ins umgebende Gebirge hinein aus? und 4) Welche Folgen hat ein Verschließen der gefüllten Kaverne und eine anschließende Erhöhung des Innendrucks durch das zum Hohlraum hin kriechende Gebirge?

Ein Berechnungsverfahren für Salzkavernen setzt sich aus zwei Teilen zusammen: 1) Stoffbeschreibung des Kontinuums mit möglichst gut zutreffenden Stoffgesetzen. Die wichtigste Eigenschaft des Salzgesteins ist sein zeitabhängiges Verhalten. 2) Berechnung der Spannungen und Verformungen in der Umgebung eines beliebig geformten Hohlraums. Hier läßt sich zunächst eine Spezialisierung vornehmen, indem nur rotationssymmetrische Kavernen betrachtet werden. Das Aussolen von Salzkavernen ergibt theoretisch genau rotationssymmetrische Hohlraumformen.

Salzgesteine reagieren auf alle Änderungen des natürlichen Spannungszustandes sehr stark mit zeitabhängigen Verformungen. Bei Hohlräumen ergibt sich dadurch im Laufe der Zeit die sog. Konvergenz, d.h. das Salz hat das Bestreben, den Hohlraum wieder auszufüllen.

Laborversuche ergeben folgende qualitative Aussagen
über Salzgesteine:



Figur 1. Prinzipieller Verlauf von Kriechkurven.

Das zeitabhängige Verhalten von Salzproben unter einer konstanten Last läßt sich durch die in Fig. 1 dargestellten Kriechkurven beschreiben, die für viele andere Stoffe ähnlich sind:

1. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ergibt sich durch die Lastaufbringung zunächst eine Anfangsverformung ϵ_0 .
2. Bei niedriger Spannung σ_1 schließt sich nur eine zeitlich verzögerte Elastizität an, die Viskoelastizität. Diese Phase wird auch als primäre Kriechphase bezeichnet (I).

3. An diese schließt sich bei höherer Spannung σ_2 , die oberhalb einer Fließgrenze liegt, die sog. sekundäre Kriechphase an. Die Verformungsanteile in dieser Phase sind irreversibel. Die Fließgeschwindigkeit ist annähernd konstant und etwa proportional zum Spannungsanteil oberhalb der Fließgrenze (II).
4. Bei sehr hoher Spannung σ_3 geht die sekundäre Phase in eine tertiäre über, die zum Bruch führt. Diese Phase ist jedoch nur wenig erforscht und wird daher in den Berechnungen nicht berücksichtigt (III).

Die Festigkeit der Salzgesteine ist sehr stark von der Belastungsgeschwindigkeit abhängig (siehe Fig. 2).

Während sich das Gestein bei hohen Belastungsgeschwindigkeiten elastisch verhält und bei Erreichen der Bruchgrenze spröde reagiert, erfolgt bei einer quasistatischen Belastungssteigerung kein Bruch. Das Gestein versucht, sich der Last durch Kriechen zu entziehen.

Die Beschreibung des Stoffs "Salzgestein" mit Stoffgesetzen muß im wesentlichen das zeitabhängige Verhalten berücksichtigen. Hierzu eignen sich sehr gut Stoffgesetze, die von rheologischen Modellkörpern abgeleitet werden. Dies hat gegenüber empirischen Funktionen den wesentlichen Vorteil, daß alle eingehenden Parameter eine mechanisch sinnvolle Bedeutung haben. Ein mögliches Modell zeigt Fig. 3.

Die Viskoelastizität bzw. primäre Kriechphase ist durch den Voigt/Kelvinschen Körper repräsentiert. Der erweiterte Bingham'sche Körper beschreibt die viskoplastischen Anteile der Verformungen, d.h. also die sekundäre Phase. Die

Feder im Bingham-Körper stellt eine Verfestigung des Gesteins nach Überschreiten der Fließgrenze dar.

Der Newton-Körper kann zusätzlich viskose Verformungen beschreiben, die nicht wie beim Bingham-Körper—an die Überschreitung einer Fließgrenze gekoppelt sind. Als Formel lautet das Stoffgesetz:

$$d\epsilon_{ij}^{\text{Ges}} = d\epsilon_{ij}^E + (\dot{\epsilon}_{ij}^{\text{VE}} + \dot{\epsilon}_{ij}^{\text{VP}} + \dot{\epsilon}_{ij}^V) \cdot dt$$

Elastische Verzerrung

$$d\epsilon_{ij}^E = F_{ijkl} \cdot d\sigma^{kl}$$

Viskoelastische Verzerrung

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{\text{VE}} = \frac{1}{\eta_2} \left(\frac{1}{2} J_{ijkl} \cdot \sigma^{kl} - G \cdot \epsilon_{ij}^{\text{VE}} \right)$$

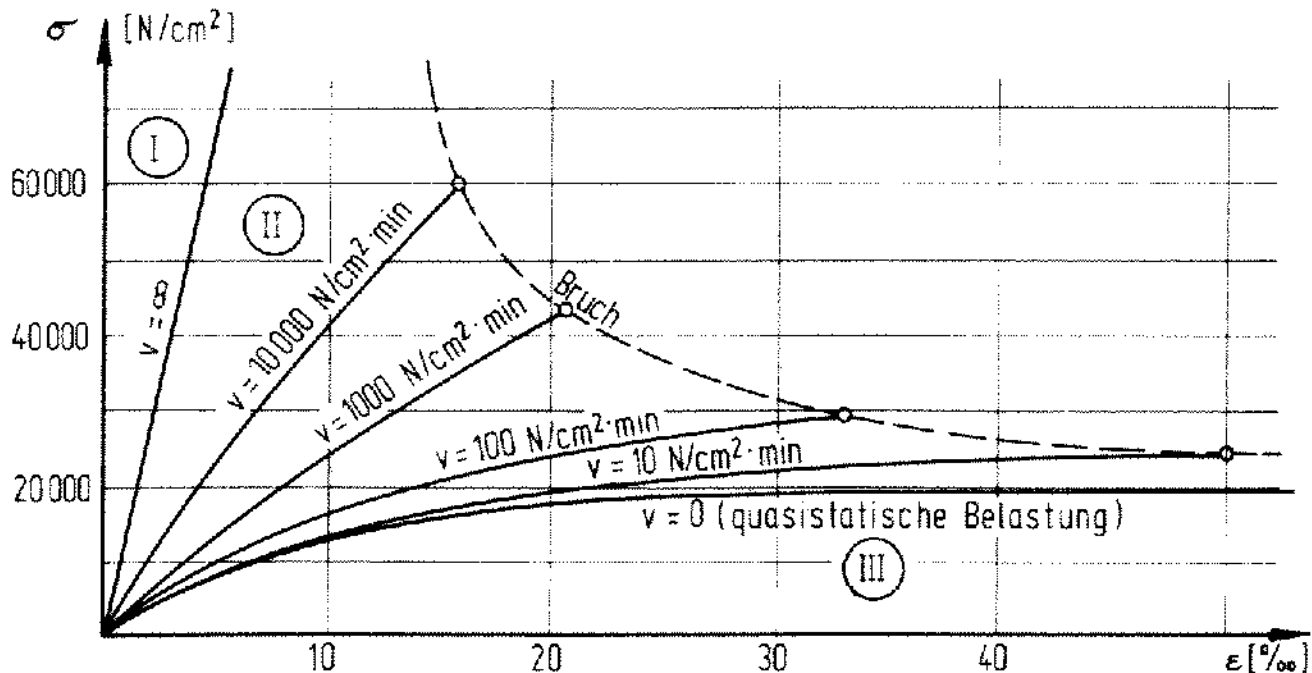
Viskoplastische Verzerrung

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{\text{VP}} = \frac{k}{2\eta_3} \cdot \langle \phi(F) \rangle \cdot \frac{\partial f}{\partial \sigma^{ij}}$$

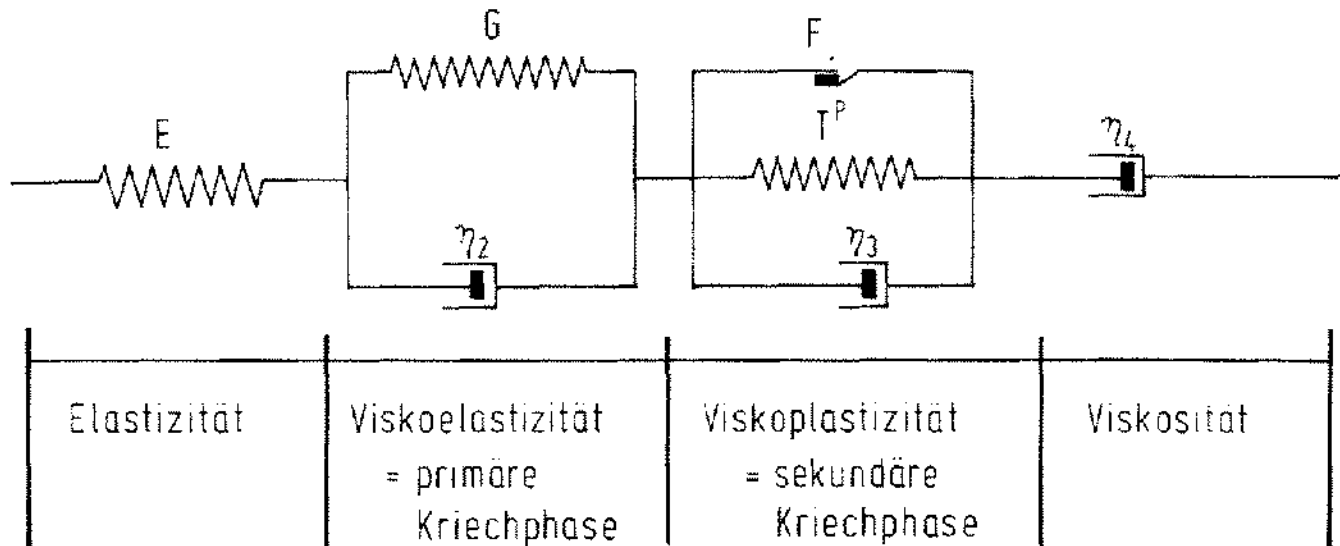
Viskose Verzerrung

$$\dot{\epsilon}_{ij}^V = \frac{1}{2\eta_4} \cdot J_{ijkl} \cdot \sigma^{kl}$$

$$\Delta \epsilon_{ij}^{\text{Ges}} \approx \Delta \epsilon_{ij}^E + (\dot{\epsilon}_{ij}^{\text{VE}} + \dot{\epsilon}_{ij}^{\text{VP}} + \dot{\epsilon}_{ij}^V) \cdot \Delta t$$



Figur 2. Abhängigkeit des Kennlinienverlaufs von Salzgestein von der Belastungsgeschwindigkeit (Dreyer 1972).



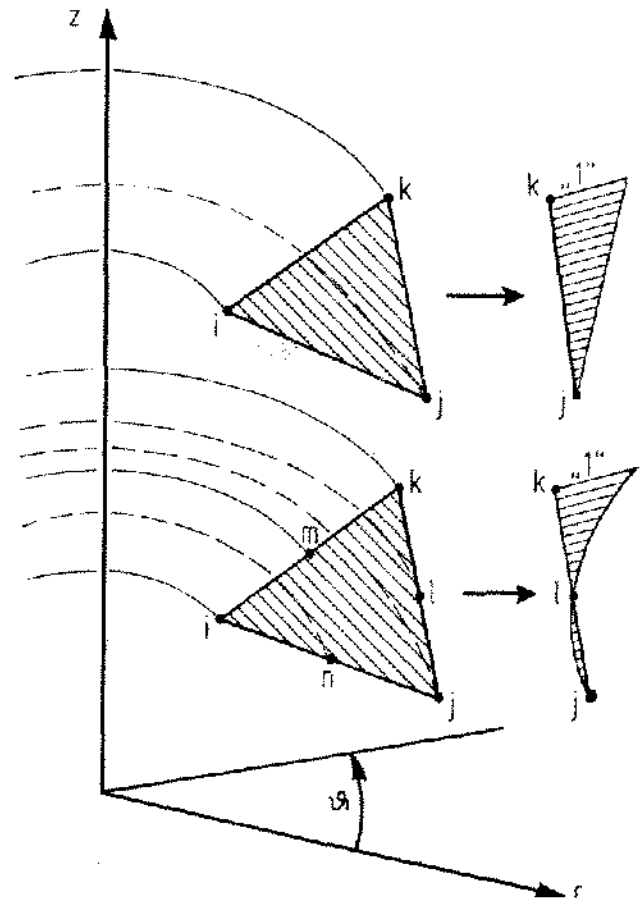
Figur 3. Rheologisches Modell für Salzgestein.

η_2 , η_3 und η_4 sind Viskositätskonstanten, G ist ein Gleitmodul, t ist die Zeit und J_{ijk} ist ein Transformationstensor, der aus den Spannungen σ_{ij} den deviatorischen Anteil herauskondensiert. Es wird angenommen, daß nur dieser Anteil Kriechverzerrungen hervorruft. k ist ein skalarer Parameter, der die Verfestigung beschreibt. Die Verfestigung wird als Funktion der Dissipationsarbeit aufgefaßt. F ist eine Fließbedingung, $\phi(F)$ gibt die Abhängigkeit der Verzerrungsgeschwindigkeit von der Überspannung oberhalb der Fließgrenze an, und f ist eine Spannungsfunktion, mit der durch partielle Differentiation nach den Spannungen die Richtung der plastischen Verzerrung bestimmt wird, nach der sog. Pragerschen Normalenregel. Ist die Spannungsfunktion f identisch mit der Fließbedingung F , so liegt ein assoziiertes Gesetz vor.

Die Berechnung der Spannungen und Verformungen im Kontinuum in der Umgebung des Hohlraums erfolgt mit einer Finite-Element-Methode. Das Kontinuum wird aufgeteilt in eine Anzahl räumlicher Elemente endlicher Ausdehnung, und für den Verlauf der Zustandsgrößen innerhalb der Elemente werden Näherungsansätze gemacht. Der Zusammenbau der Elemente führt auf ein lineares Gleichungssystem, dessen Lösung die Zustandsgrößen ergibt.

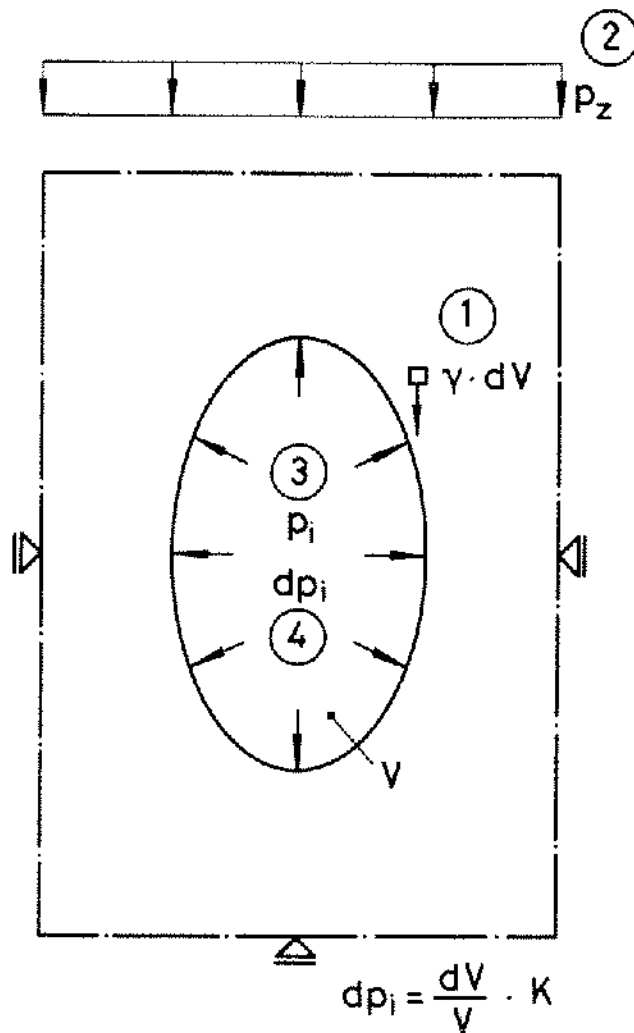
Für die durchgeführten Berechnungen wurde ein Weggrößenverfahren benutzt. Ein Vorteil dieses Verfahrens ist, daß pro Knoten nur 2 Freiwerte, nämlich Radial- und Achsialverschiebung, auftreten. Zwei verschiedene Elementtypen kamen zur Anwendung: Ringelemente, die im Querschnitt dreieckig sind, mit linearem und quadratischem Polynomansatz für die Verschiebungen. Fig. 4 zeigt die beiden Elementtypen und, schematisch dargestellt, die zugehörigen Verschiebungsansätze.

Da System und alle Schnittgrößen rotationssymmetrisch



Figur 4. Elementtypen und Verschiebungsansätze.

zu einer Achse sind, braucht nur ein ebener Schnitt durch das Kontinuum mit Finiten Elementen diskretisiert zu werden. In den Berechnungen können folgende Lastfälle berücksichtigt werden (Fig. 5):



Figur 5. Lastfälle.

1) Eigengewichtslasten des Kontinuums, 2) Randlasten, z.B. aus Auflasten auf den Berechnungsausschnitt, 3) Innendruck in einem Hohlraum, hervorgerufen durch eine Befüllung mit gasförmigen oder flüssigen Stoffen; und 4) als Sonderfall ein Lastfall zunehmender Innendruck:

Wird eine Kaverne mit einer Flüssigkeit gefüllt und anschließend verschlossen, so wirkt die Volumenkonvergenz auf ein kompressibles Medium. Mit zunehmender Konvergenz erhöht sich dadurch der Innendruck.

Die Berücksichtigung des zeitabhängigen Gebirgsverhaltens erfolgt über die beschriebenen Stoffgesetze nach dem Verfahren der Anfangsdehnungen in Verbindung mit der sog. "stress transfer-Methode". Das Gleichungssystem wird dabei nur einmal, zu Beginn der Rechnung, aufgebaut und invertiert. Alle Iterationen werden dann nur mit Änderungen der rechten Seiten durchgeführt. Dies Verfahren hat sich als wirtschaftlich erwiesen. Divergenzen, die eventuell bei der Iteration im Verfahren der Anfangsdehnungen durch zu große Verzerrungen auftreten können, lassen sich leicht

vermeiden, indem die Zeitintervalle klein genug gewählt werden, so daß die Kriechverzerrungen pro Zeitintervall klein bleiben.

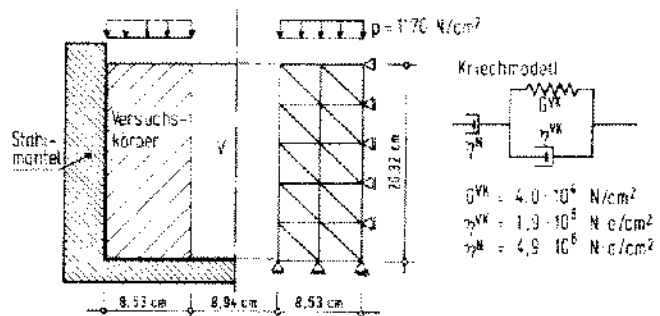
Für Berechnungen ist es zunächst erforderlich, die Größenordnung der Stoffparameter der Salzgesteine für die verwendeten Stoffgesetze zu kennen. Als ein Weg zu ihrer Ermittlung bietet sich die Nachrechnung von Laborversuchen oder in situ-Messungen an. Als Beispiel sei hierzu ein Versuch von DREYER angeführt.

Fig. 6 zeigt im linken Teil einen Schnitt durch den Versuchsaufbau, schematisch dargestellt. Ein Steinsalz-hohlzylinder war radial starr gelagert und axial durch eine gleichmäßige Flächenlast belastet. Die Nachrechnung des Versuchs erfolgte mit dem dargestellten Elementennetz.

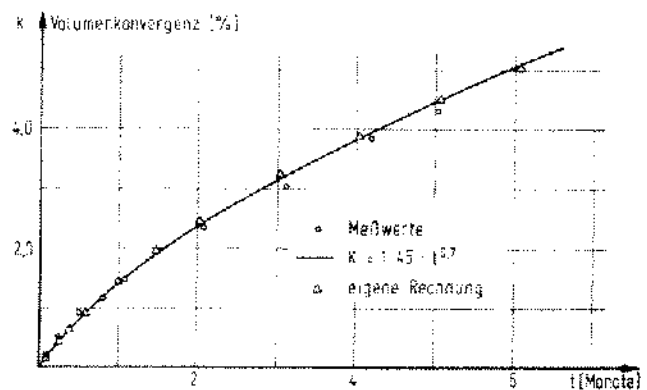
Die Ergebnisse zeigt Fig. 7. Die Volumenkonvergenz des Hohlraums im Zylinder beschrieb Dreyer mit der Formel

$$K = 1,45 \cdot 10^{-7}$$

Die Nachrechnung mit der Finite-Element-Methode ist ein Probiervorhaben, das jedoch bei Kenntnis der mechanischen Zusammenhänge in den Stoffgesetzen sehr schnell zum Ziel führt. Nach 4 Versuchen wurde die Genauigkeit erzielt, die in Fig. 7 dargestellt ist. Das rheologische Modell bestand dabei aus einem Newton- und einem Voigt/



Figur 6. Versuchskörper und Finite-Element-Netz.

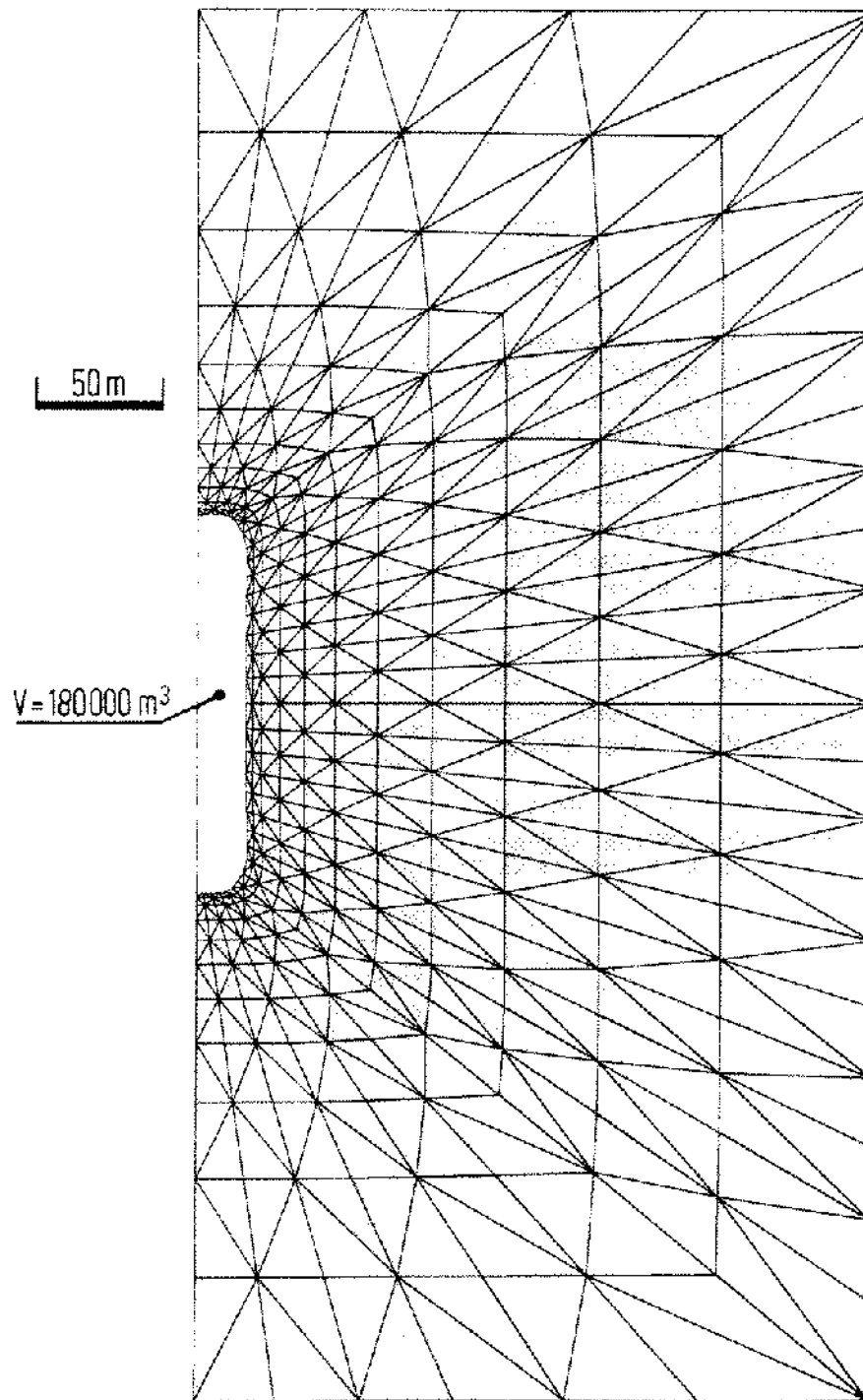


Figur 7. Volumenkonvergenz eines Hohlzylinders.

Kelvin-Körper. Die ermittelten Parameter sind unter dem Modellkörper angegeben.

Die nachfolgenden Beispiele zeigen die Ergebnisse aus einigen Kavernenberechnungen. Damit sollen vor allem einige Anwendungsmöglichkeiten des geschilderten Rechenverfahrens dargestellt werden.

Für eine zylindrische Kaverne mit einem Volumen von ca. 180 000 m³ bei einem Durchmesser von 40 m und einer Höhe (vgl. Fig. 8) von 150 m wurde die Konvergenz bei verschiedenen Lastfällen untersucht. Die Kaverne lag in einer Tiefe von etwa 900 m. Als Stoffgesetz für die Beschreibung des Zeitverhaltens des Gesteins wurde eine



Figur 8. Finite-Element-Netz für eine zylindrische Kaverne.

Kombination aus Voigt/Kelvin- und Newton-Körper mit den Parametern aus der oben erwähnten Versuchsnachrechnung verwendet. Folgende Lastfälle wurden untersucht:

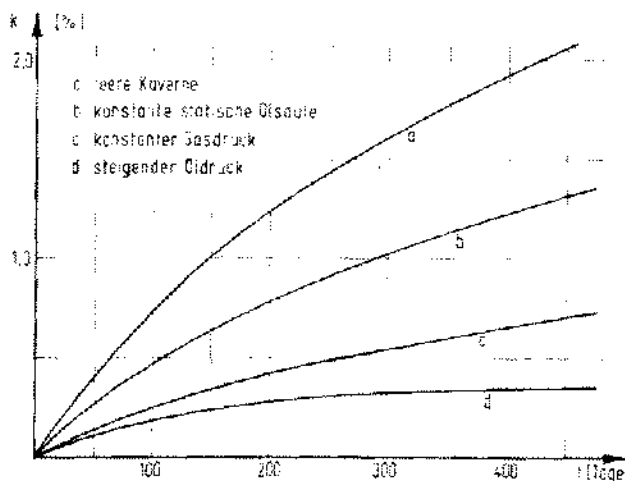
1. Gasfüllung mit einem Druck von $17 \times \text{Teufe}$ [kN/m^2]. Dieser Druck wird im allgemeinen als höchstzulässiger Betriebsdruck für Kavernen zugelassen.
2. Öldruck mit einer statischen Flüssigkeitssäule bis zur Erdoberfläche. Der Öldruck blieb zeitlich konstant.
3. Öldruck mit statischer Flüssigkeitssäule bis zur Erdoberfläche zum Zeitpunkt $t = 0$. Anschließend wurde die Kaverne verschlossen, so daß keine Flüssigkeit entweichen konnte. Infolge der Konvergenz erhöhte sich der Innendruck.

Fig. 9 zeigt die Konvergenzen über einen Zeitraum von 450 Tagen. Die Konvergenz der leeren Kaverne ist nur als Vergleichslösung dargestellt, da dieser Zustand im Betrieb praktisch nie auftritt.

Bereits eine statische Ölsäule vermindert die Konvergenz um ca. 35% gegenüber der der leeren Kaverne. Der zulässige Gasdruck verringert die Volumenabnahme auf ein Drittel. Im Lastfall "zunehmender Innendruck" strebt die Konvergenz gegen einen Endwert, der von der Kompressibilität des Füllmaterials abhängt. Die Standsicherheit ist nur bei der leeren Kaverne oder niedrigen Innendruckten gefährdet, da hier rechnerisch im First Zugspannungen auftreten. Bereits ein Innendruck von 5000 kN/m^2 verhindert die Zugspannungen.

Wird eine Kaverne mit einer kompressiblen Flüssigkeit gefüllt und anschließend verschlossen, so erhöht sich, wie bereits erwähnt, im Laufe der Zeit der Innendruck in der Kaverne. Der Vorgang ist schematisch in Fig. 10 dargestellt.

Nach ausreichend langer Zeit kann sich dann im Firstbereich der Kaverne ein kritischer Bereich ergeben, in dem der Innendruck p_i höher ist als der theoretische Ge-



Figur 9. Konvergenz einer Kaverne bei verschiedenen Lastfällen.

birgsdruck σ_0 . Aufgrund dieser Überlegungen wurde bisher angenommen, daß das Gestein im oberen Kavernenbereich zerstört werden kann. Daher wurde der zulässige Höchst-druck in Kavernen mit sog. "Frac-Druck-Gradienten" von $17-19 \text{ kN/m}^2$ berechnet. Das vorliegende Rechenverfahren gibt die Möglichkeit, die Richtigkeit dieser theoretischen Annahme zu überprüfen. Die bereits dargestellte Konvergenzberechnung für den Lastfall "zunehmender Innendruck" wurde bis zum Zeitpunkt $t = 7000$ fortgesetzt. Zu diesem Zeitpunkt änderten sich die Spannungen praktisch nicht mehr.

In Fig. 11 ist der Radialspannungsverlauf in einem Horizontalschnitt in halber Kavernenhöhe gezeigt. Der Innendruck ist zur Zeit $t \rightarrow \infty$ so hoch, daß im Gestein wieder der Primärspannungszustand erreicht ist.

Die Radialspannungen (Fig. 12) im Horizontalschnitt im Bereich der Kavernenfirste liegen erwartungsgemäß oberhalb des Primärspannungszustandes des Gebirges. Der Anstieg ist jedoch so gering, daß er im Gestein keine Bruchvorgänge hervorrufen kann. Die Störung des Spannungszustandes wirkt sich nur auf etwa 50 m bis ins Gebirge hinein aus.

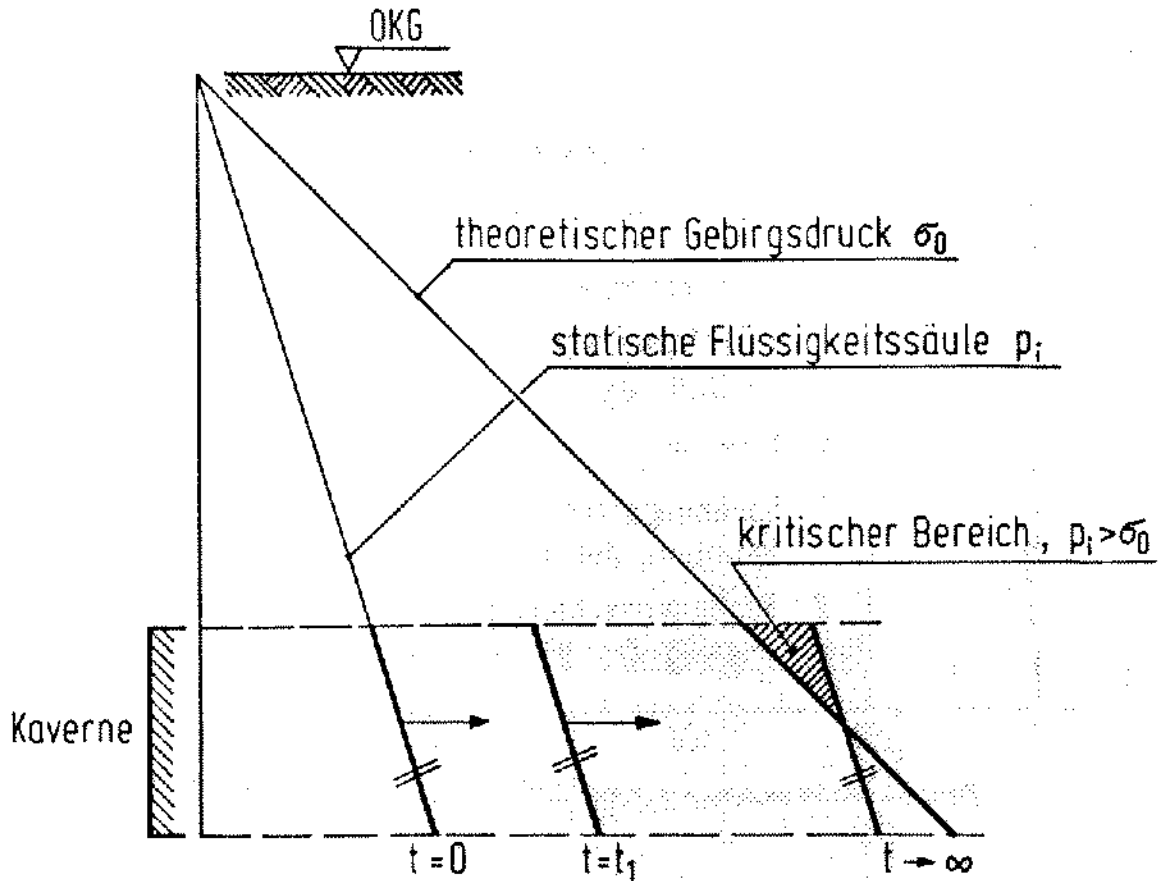
Das bisher angesetzte Kriechgesetz, bei dem alle deviatorischen Spannungen Kriechverzerrungen hervorrufen, d.h., daß die Fließgrenze gleich Null ist, ist das theoretisch ungünstigste, das sich für das Gestein annehmen läßt. In einer weiteren Rechnung wurde daher der Einfluß einer Fließgrenze untersucht. Im Kontinuum wird die Fließgrenze durch eine Fließbedingung beschrieben; im vorliegenden Falle wurde die bekannte Bedingung von Mohr/Coulomb in der Erweiterung von Drucker/Prager benutzt. Sie erfaßt auch den Einfluß des hydrostatischen Spannungsanteils auf das Fließen.

Zwei Werte für die Fließgrenze wurden untersucht: $\sigma^F = 500$ und 1000 kN/m^2 .

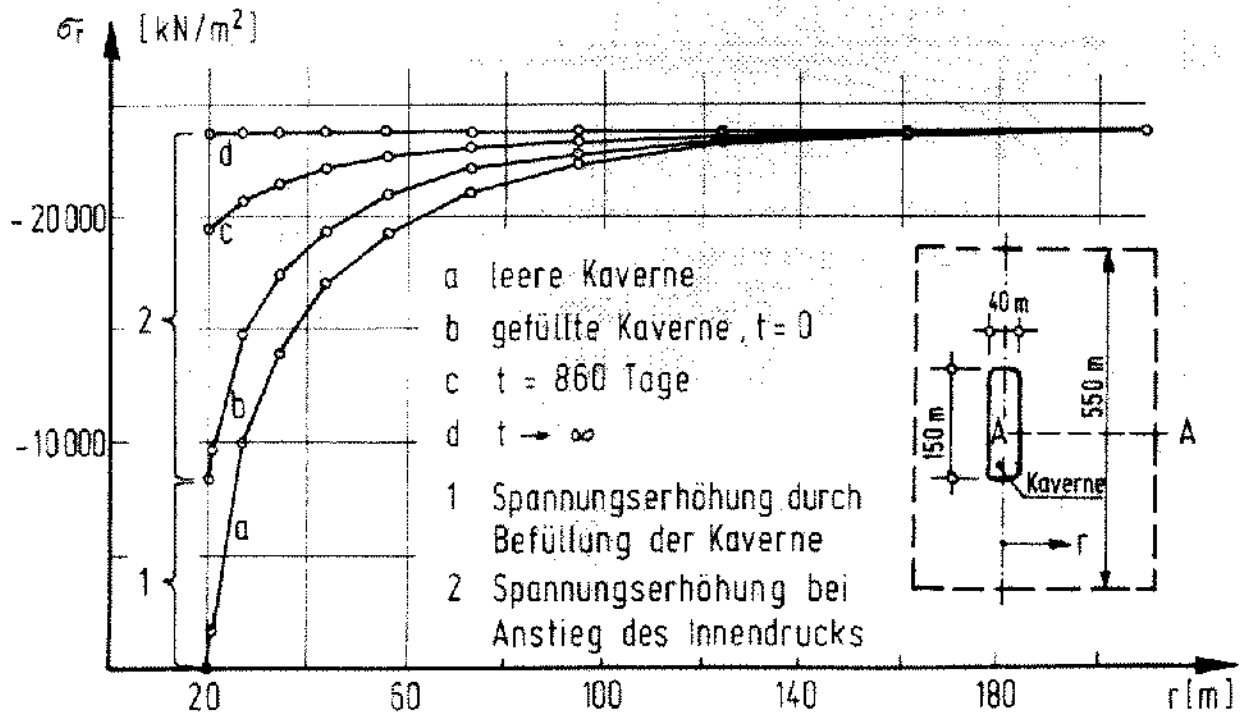
Fig. 13 zeigt die Radialspannungen im Horizontalschnitt A zur Zeit $t = 1500$ Tage. Der Spannungszustand hat sich bereits stabilisiert, der Innendruck steigt nicht mehr weiter an. Der Kurvenverlauf ergibt sich für beide Werte der Fließgrenze praktisch deckungsgleich. Ein kritischer Zustand, in dem der Innendruck über dem theoretischen Gebirgsdruck liegt, wird nicht erreicht.

Die Vertikalspannungen änderten sich während des Konvergenzvorganges im mittleren Teil der Kaverne praktisch nicht und entsprechen etwa dem Primärspannungszustand. An den Ecken treten Spannungsspitzen auf, die nach abgeschlossenen Kriechumlagerungen um ca. 40% abgebaut sind. Trotz der noch vorhandenen Spannungsspitzen erfüllt der dreidimensionale Spannungszustand nicht mehr die Fließbedingung.

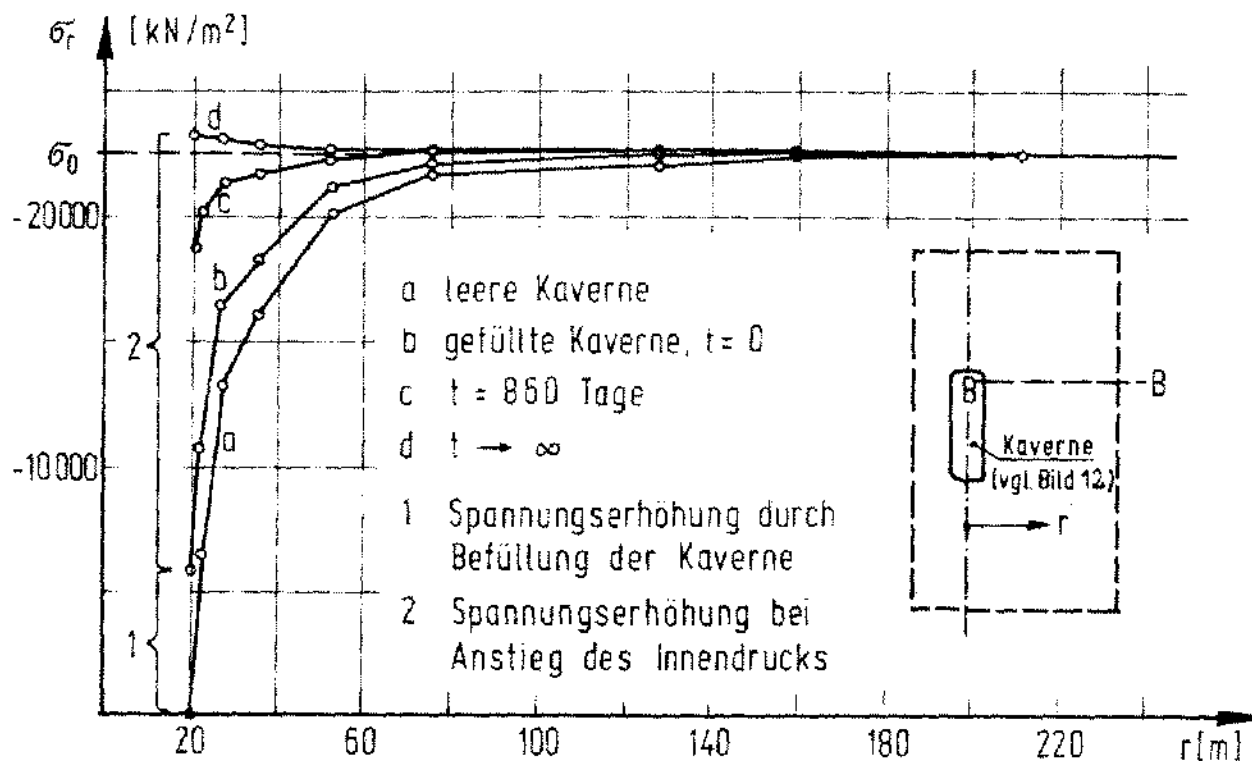
Alle untersuchten zylindrischen Kavernen zeigen in ihrem mittleren Bereich sehr günstige Spannungszustände; die Standsicherheit ist hier nicht gefährdet. Störungen im Spannungsbild treten nur an Firste und Sohle auf. Hierzu wurden vier repräsentative Ausbildungen der Firste unter-



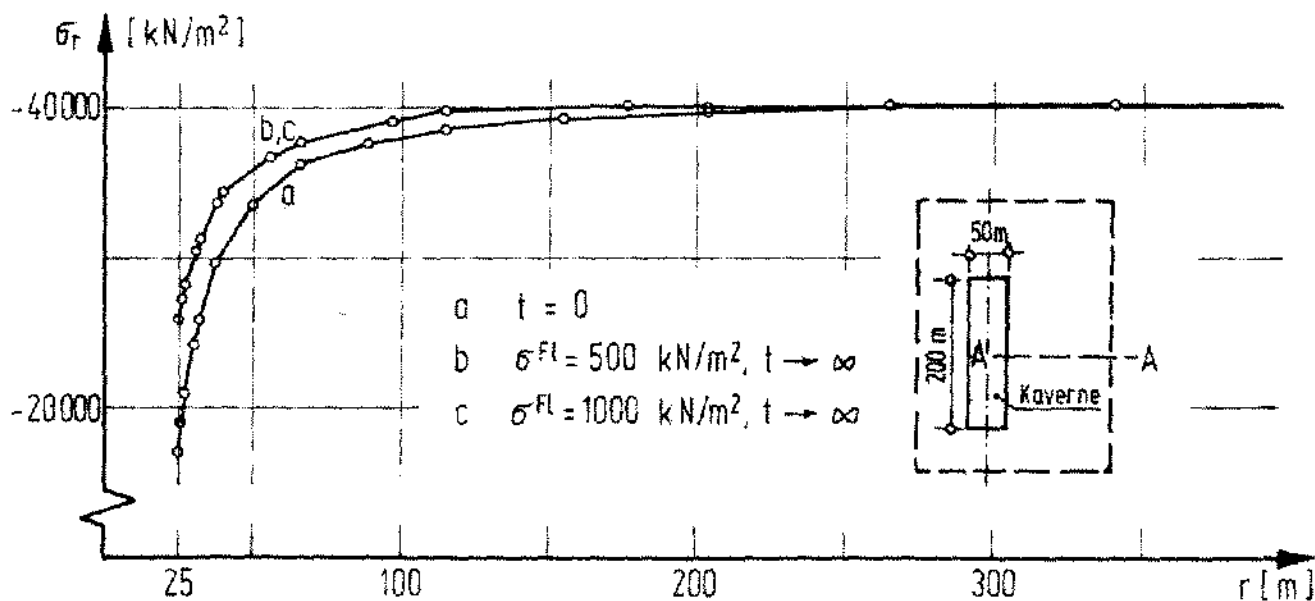
Figur 10. Entstehung eines kritischen Bereiches infolge Konvergenz.



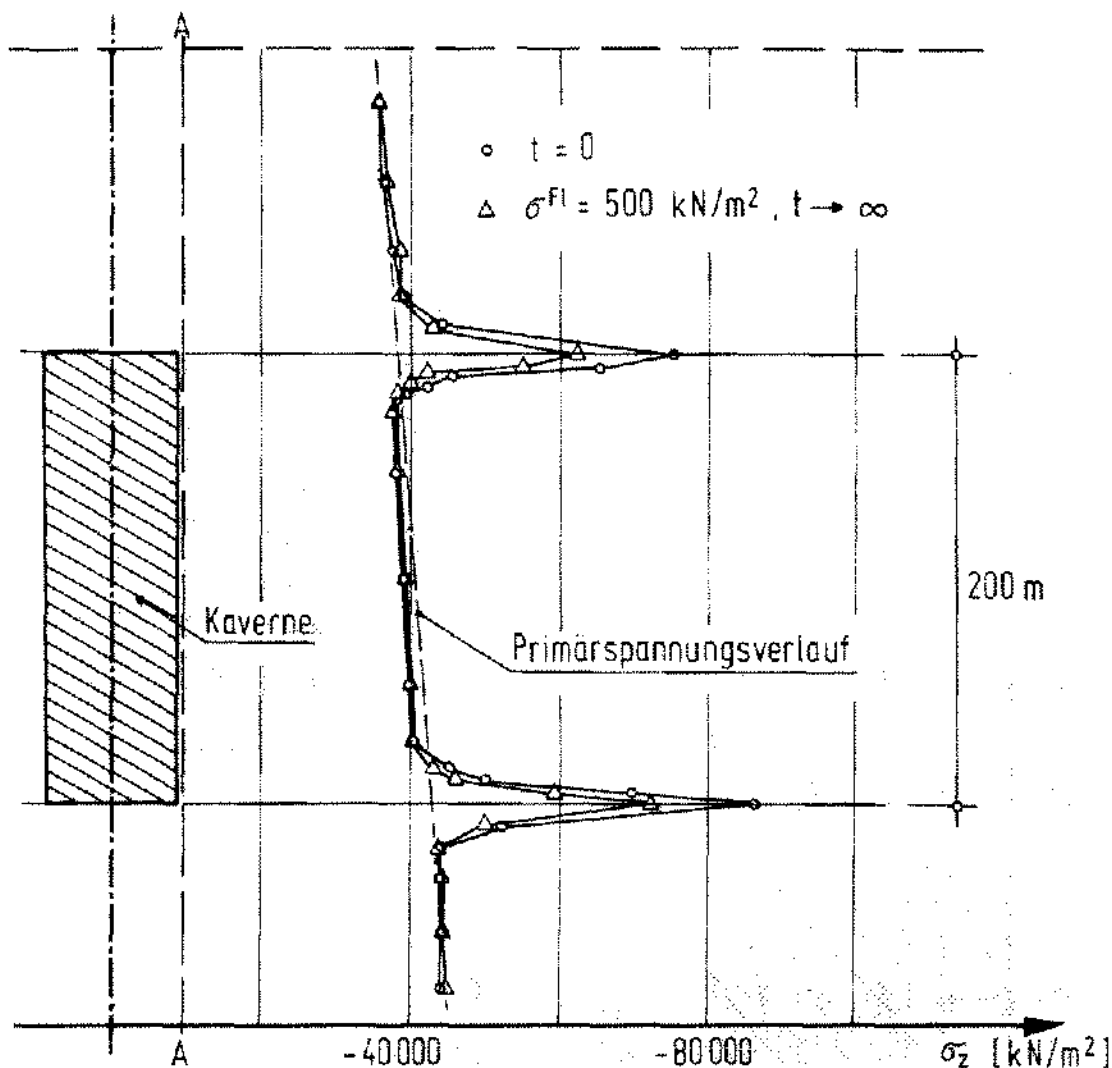
Figur 11. Radialspannungen im Schnitt A-A.



Figur 12. Radialspannungen im Schnitt B-B. Für Bild 12 im Figur lese Fig. 11.



Figur 13. Radialspannungen im Schnitt A-A.



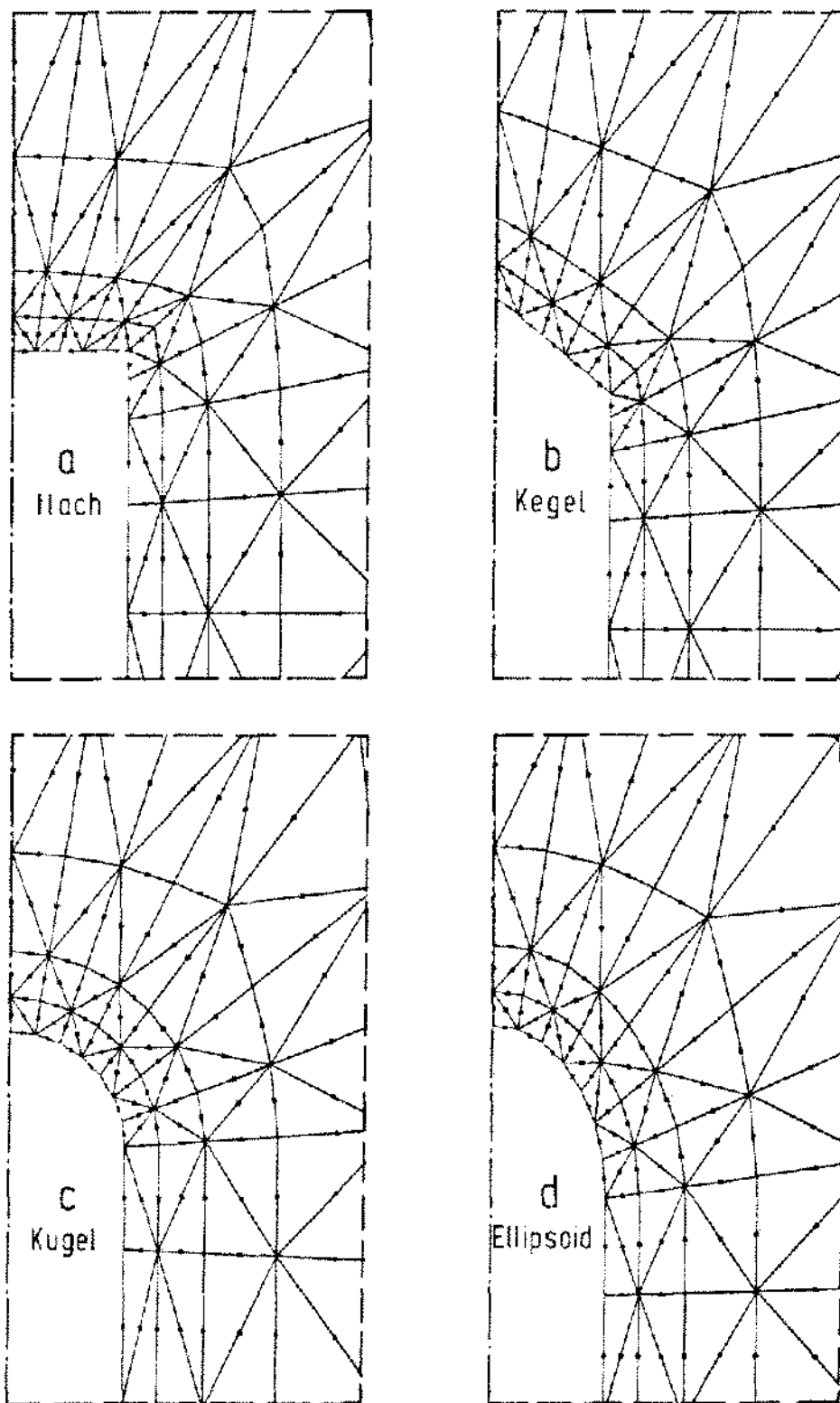
Figur 14. Verlauf der Vertikalspannungen am Kavernenrand im Schnitt A-A.

sucht, ein flaches, ein kegelförmiges, ein kugelförmiges und ein elliptisches Dach.

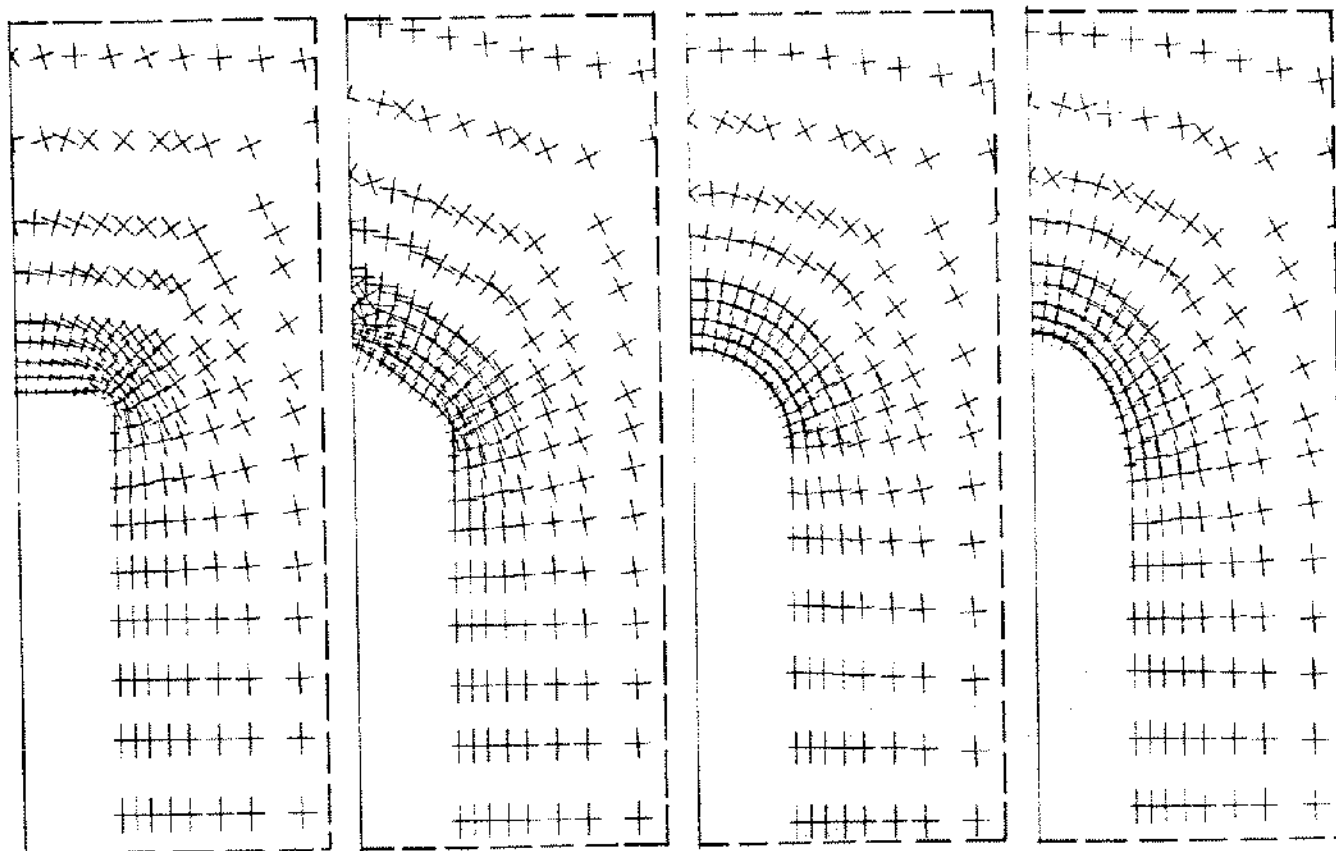
Fig. 16 zeigt die Hauptspannungen in der Umgebung der Kavernenfirste. Deutlich ist die Ausbildung der Stützgewölbe zu erkennen. Dies führt bei Ecken, z.B. beim flachen Dach, zu starken Spannungskonzentrationen; trotz Innendruck, der etwa der Höhe der statischen Ölsäule bis zur Erdoberfläche entspricht, treten beim flachen Dach Zugspannungen auf, so daß die Standsicherheit nicht gewährleistet ist. Den günstigsten Kräftefluß erzeugt die kugelförmige Dachausbildung. In allen Fällen sind die Störungen im Spannungsbild örtlich nur sehr eng begrenzt auf die Umgebung der Firste.

LITERATUR

- Dreyer, W. 1972. The Science of Rock Mechanics. Part 1. The strength properties of rocks: V. 1, no. 2. Trans. Tech. Publications.
- . 1973. Results of recent studies on the stability of crude oil and gas storage in salt caverns. Fourth Symposium on Salt, 2:65–92, Northern Ohio Geological Soc., Cleveland, Ohio.
- Vollstedt, H.-W. 1978. Berechnung von rotationsymmetrischen Kavernen bei rheologischem Gebirgsverhalten. Bericht Nr. 78–26, Institut für Statik der Technischen Univer. Braunschweig.



Figur 15. Verschiedene Ausbildungen der Kavernenfirste.



Figur 16. Hauptspannungen im Firstbereich verschiedener Kavernen.